



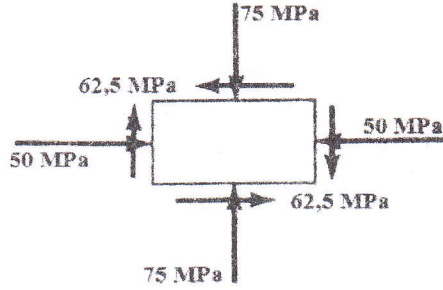
امتحان السداسي الثاني في مقياس مقاومة المواد

في 2023/06/06
المدة ساعتان

سنة ثانية : جذع مشترك
أستاذة المقياس : بوهالي ر.

التمرين الأول:

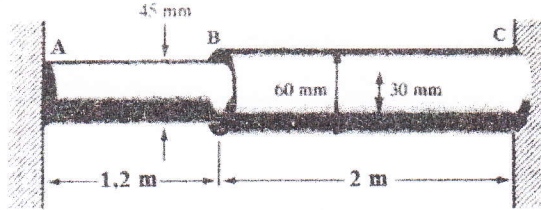
عنصر مستوي يخضع للإجهادات الموضحة في الشكل. إذا علمت أن الاتجاه الموجب للإجهادات المماسية هو مع نفس اتجاه عقارب الساعة، أوجد:



1. الإجهادات الرئيسية ومستوياتها، الإجهادات المماسية الحدية والإجهاد الناطمي الموافق ومستوياتها حسابيا.
2. أرسم دائرة مور لحالة الإجهادات التي يخضع لها العنصر و تحقق من نتائج الإجهادات السابقة هندسيا.
3. أرسم الإجهادات الرئيسية والإجهادات المماسية الحدية والإجهاد الناطمي الموافق في المستوي.
4. أستنتج من دائرة مور الإجهادات عندما يصنع العنصر زاوية 20° مع المستوي ثم أرسمها في المستوي و تحقق منا النتائج.

التمرين الثاني:

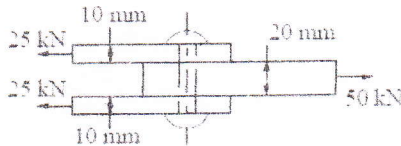
يظهر أسطوانة مكونة من قطعتين. القطعة AB من الألمنيوم، بها $G = 28 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ، والقطعة BC من الفولاذ، لها $G = 84 \times 10^9 \text{ N/m}^2$. جزء الألمنيوم عبارة عن مقطع عرضي دائري صلب بقطر 45 mm، و القطعة الفولاذية دائرية بقطر خارجي قدره 60 mm و قطر داخلي 30 mm. عزم الالتواء عند المقطع B هو $M_t = 4000 \text{ N.m}$. المطلوب:



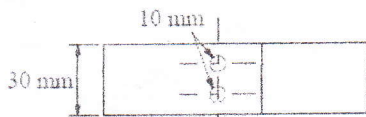
1. إذا علمت أن $M_A = 0,1875 M_C$ ، تحقق من أن $M_A = 0,1875 M_C$ ؟
2. أحسب M_C و M_A .
3. أحسب الإجهاد المماسي في كل قطعة.
4. أحسب زاوية الالتواء ϕ عند المقطع B.

التمرين الثالث:

يتم تجميع ثلاث صفائح فولاذية معا بواسطة برغيين يبلغ قطر كل منهما 10 mm. 1- تحقق من مقاومة البرشامين إذا كان إجهاد القص المسموح به $\tau = 80 \text{ N/mm}^2$.



2- تحقق من مقاومة الصفيحة إذا علمت أن معامل الأمان هو $\eta = 1,7$ و الإجهاد الخطر هو $\sigma_{ec} = 250 \text{ N/mm}^2$.



بالتوفيق

التصحيح القوي لا متجانس المراسي الثاني
في مقياس مقاومة المواد

حل التمرين الأول:

1- حساب الإجهادات الرئيسية والإجهادات القصية
والإجهادات الناعمة الموازية ومستوياتها:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-50 - 75}{2} + \sqrt{\left(\frac{-50 + 75}{2}\right)^2 + (62,5)^2}$$

$\sigma_{max} = 1,2 \text{ MPa}$

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-50 - 75}{2} - \sqrt{\left(\frac{-50 + 75}{2}\right)^2 + (62,5)^2}$$

$\sigma_{min} = -126 \text{ MPa}$

$$\tan 2\alpha_p = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \times 62,5}{-50 + 75} \Rightarrow 2\alpha_p = -78,7^\circ \Rightarrow \alpha_p = -39,4^\circ$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{-50 + 75}{2}\right)^2 + 62,5^2} \Rightarrow$$

$\tau_{max} = +63,7 \text{ MPa}$

$$\tau_{min} = -\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = -\sqrt{\left(\frac{-50 + 75}{2}\right)^2 + 62,5^2} \Rightarrow$$

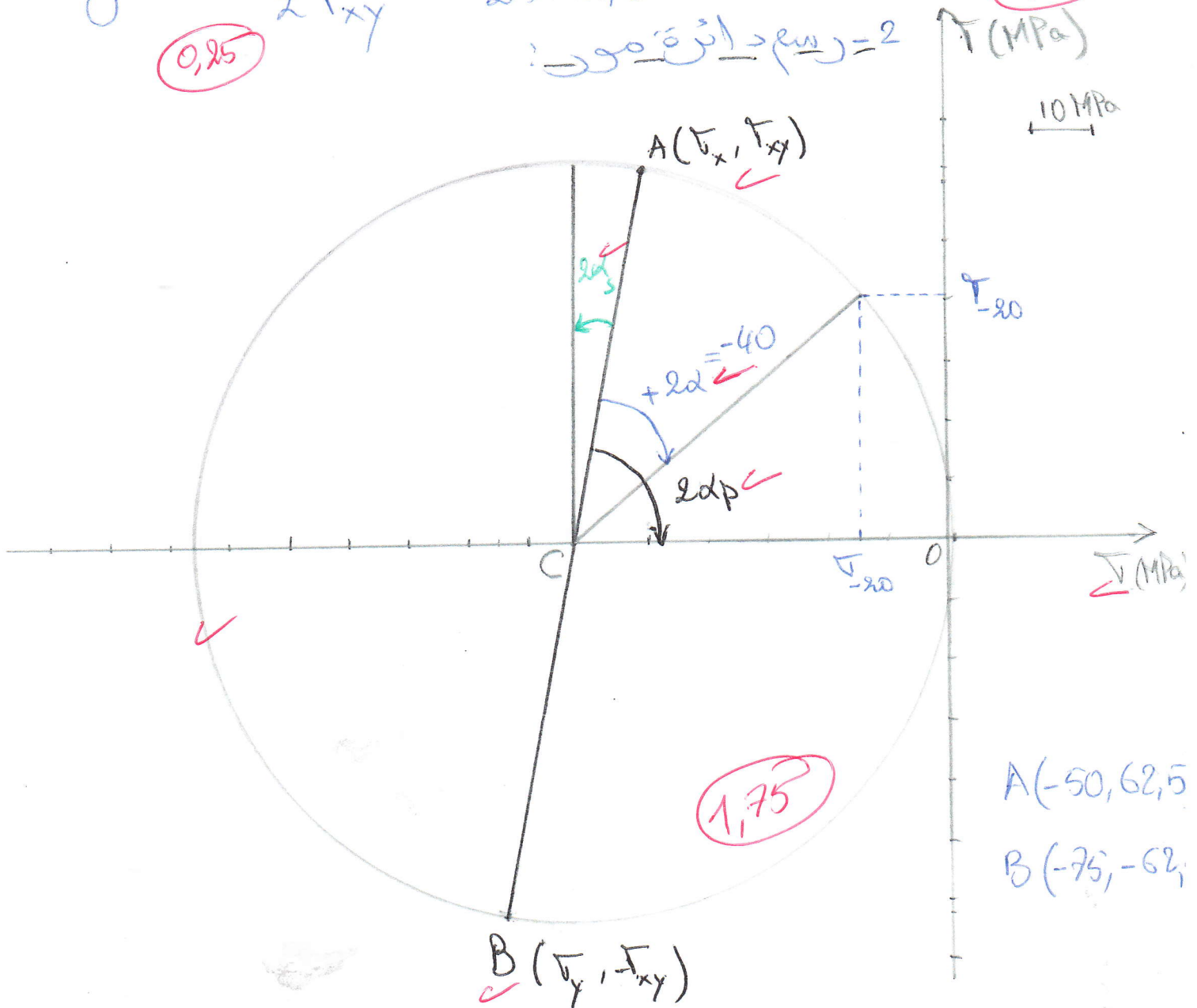
$\tau_{min} = -63,7 \text{ MPa}$

$$\sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-50 - 75}{2} \Rightarrow \sigma' = -62,5 \text{ MPa}$$

$$\tan 2\alpha_s = \frac{\tau_x - \tau_y}{2\tau_{xy}} = \frac{-50 + 75}{2 \times 62,5} \Rightarrow 2\alpha_s = 11,3^\circ \Rightarrow \alpha_s = 5,6^\circ$$

(0,25) (0,25)

: $\omega \rightarrow$ $\mu = 2$



الحقق من النتائج السابقة في مبراهن

$$\sigma_{max} = 0,1 \times 10 = 1 \text{ MPa}$$

(0,25)

$$\sigma_{min} = -12,8 \times 10 = -128 \text{ MPa}$$

(0,25)

$$2\alpha_p = -79^\circ \Rightarrow \alpha_p = -39,5^\circ$$

(0,25)

$$\sigma_{min} = -6,4 \times 10 = -64 \text{ MPa}$$

(0,25)

$$\tau_{max} = 6,4 \times 10 = 64 \text{ MPa}$$

(0,25)

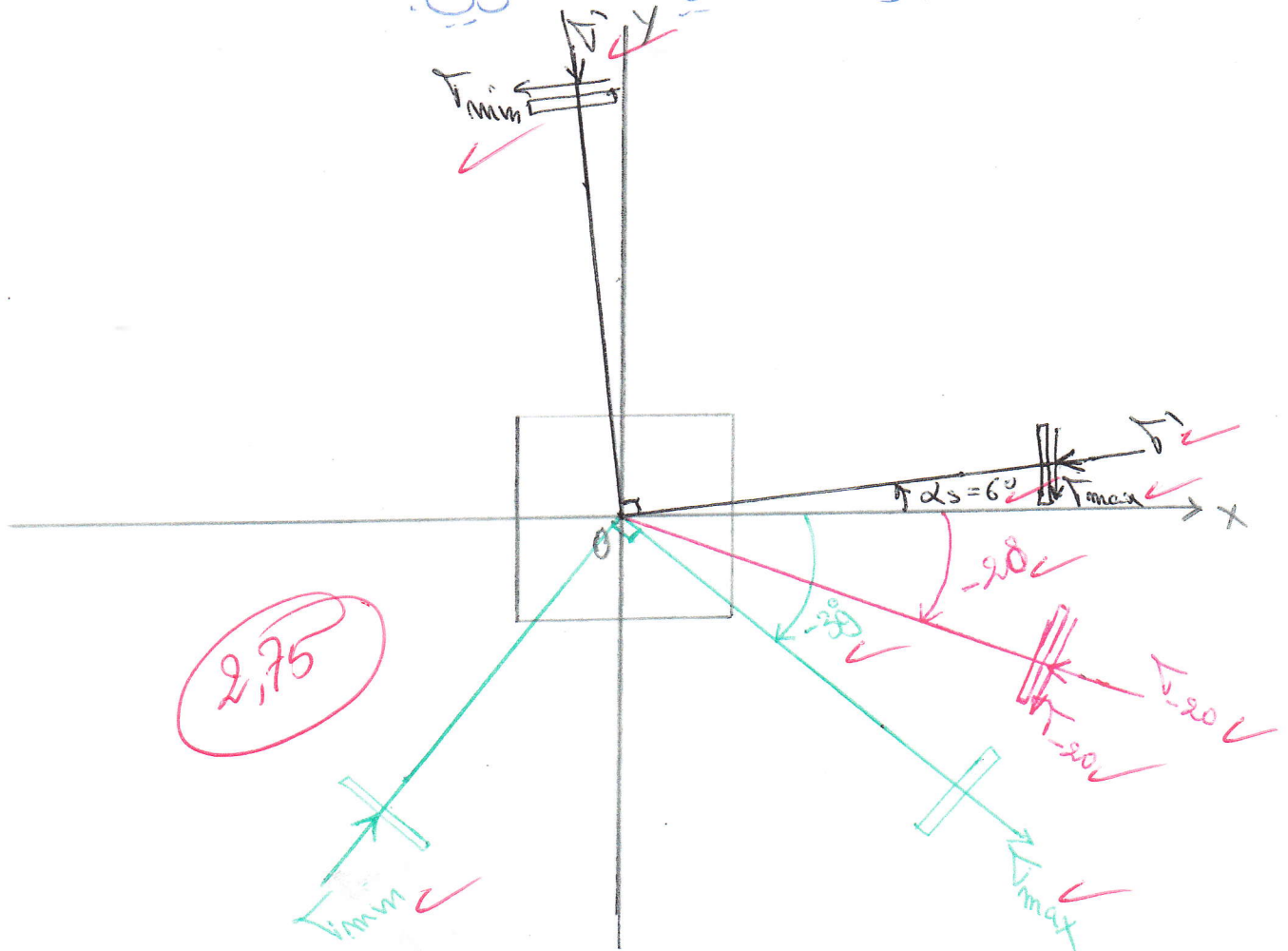
$$\tau' = -6,3 \times 10 = -63 \text{ MPa}$$

(0,25)

$$2\alpha_s = 12^\circ \Rightarrow \alpha_s = 6^\circ$$

(0,25)

3- تحويل الإجهادات الرئيسية والقصية
والإجهاد المواحق في المستوى:



4- استنتاج الإجهادات لها يصنع العنصر زاوية -20° مع المستوى

- مع دائرة مور: $\sigma_{-20} = -1,3 \times 10 = -13 \text{ MPa}$ (0,25)

$\tau_{-20} = 4 \times 10 = 40 \text{ MPa}$ (0,25)

حسابيا-

$$\sigma_{-20} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$
 (0,25)

$$\sigma_{-20} = \frac{-50 - 7}{2} + \frac{-50 + 75}{2} \cos(-40) - 62,5 \sin(-40)$$

$$\sigma_{-20} = -12,7 \text{ MPa}$$
 (0,25)

$$\tau_{-20} = \frac{\tau_x - \tau_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha = \frac{-50 + 75}{2} \sin(-40) + 62,5 \cos(-40)$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_{-20} = 39,8 \text{ MPa}}$$

حل التمرين الثاني :

1- التحقق من أن $M_A = 0,1875 M_c$

$$\theta_t = \theta \cdot G \cdot I_p = \frac{\varphi}{L} \cdot G \cdot I_p \Rightarrow \varphi = \frac{L \cdot \theta_t}{G \cdot I_p}$$

$$\varphi_A = \varphi_c \Leftrightarrow \frac{L_{AB} \cdot M_A}{G_{AB} \cdot \frac{\pi \cdot d_{AB}^4}{32}} = \frac{L_{BC} \cdot M_c}{G_{BC} \cdot \frac{\pi (D_{BC}^4 - d_{BC}^4)}{32}} \quad \text{--- (1)}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow \frac{L_{AB} \cdot M_A}{G_{AB} \cdot d_{AB}^4} = \frac{L_{BC} \cdot M_c}{G_{BC} \cdot (D_{BC}^4 - d_{BC}^4)}$$

$$\Leftrightarrow 1,045 \times 10^{-5} \times M_A = 1,96 \times 10^{-6} M_c$$

$$\Rightarrow \boxed{M_A = 0,1875 M_c}$$

2- حساب عزق الالتواء في النقطتين A و C :

$$\begin{cases} M_t = M_b = M_A + M_c \\ M_A = 0,1875 M_c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M_A + M_c = 4000 \text{ N.m} \\ M_A = 0,1875 M_c \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0,1875 M_c + M_c = 4000$$

$$M_c = 3368,4 \text{ N.m} \quad (0,25)$$

$$M_A = 631,6 \text{ N.m} \quad (0,25)$$

3- حساب الإجهاد المماسي في كل نقطة

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \rho \cdot \theta \quad \text{et} \quad \theta = \frac{M_t}{I_p \cdot G} \Rightarrow \tau = \frac{1 \cdot M_t}{I_p} \quad (0,25)$$

- حساب الإجهاد المماسي في النقطة AB:

$$\tau_{AB} = \frac{d_{AB}}{2} \cdot \frac{M_A \cdot 32}{\pi \cdot d_{AB}^4} = \frac{0,045 \times 631,6 \times 32}{2 \times \pi \times 0,045^4} \Rightarrow \tau_{AB} = 35,3 \times 10^6 \text{ N/mm}^2 \quad (0,5)$$

- حساب الإجهاد المماسي في النقطة BC:

$$\tau_{BC} = \frac{D_{BC}}{2} \cdot \frac{M_c \cdot 32}{\pi \cdot (D_{BC}^4 - d_{BC}^4)} = \frac{0,03 \times 3368,4 \times 32}{\pi \times (0,06^4 - 0,03^4)} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \tau_{BC} = 84,8 \times 10^6 \text{ N/mm}^2 \quad (0,5)$$

4- حساب زاوية الالتواء عند B:

نذكر أن $\varphi_B = \varphi_A = \varphi_C$ إذن يمكننا أخذ أي إجهاد واجهاد من النقطتين مع أخذ حساب φ_B .

الطريقة الأولى: من إجابة السؤال الأول لدينا

$$\varphi_B = \frac{L_{AB} \cdot M_A}{G_{AB} \cdot I_{pAB}} = \frac{L_{AB} \cdot M_A \cdot 32}{\pi \cdot d_{AB}^4 \cdot G_{AB}} = \frac{631,6 \times 1,2 \times 32}{\pi \times 0,045^4 \times 28 \times 10^9} \quad (0,5)$$

$$\varphi_B = 0,07 \text{ rad} = 3,85^\circ$$

الطريقة الثانية :

$$\tau_{Bc} = G \cdot \lambda \cdot \theta = G \cdot \lambda \cdot \frac{\varphi}{L} \Rightarrow \varphi = \frac{\tau_{Bc} \cdot L_{Bc}}{G_{Bc} \cdot \lambda_{Bc}}$$

$$\varphi_B = \frac{\tau_{Bc} \cdot L_{Bc}}{G_{Bc} \cdot \frac{D_{Bc}}{2}} = \frac{84,7 \times 10^6 \times 2}{84 \times 10^9 \times \frac{0,06}{2}} \Rightarrow \boxed{\varphi_B = 0,07 \text{ rad} = 3,85^\circ}$$

حل التمرين الثالث

1- التحقق من مقاومة البرشمان

$$\tau \leq [\tau] \Leftrightarrow \frac{\tau}{n \cdot l \cdot S} \leq [\tau] \text{ où } n=2 \text{ et } l=2$$

$$S = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \quad \text{à} \quad \frac{50 \times 10^3 \times 4}{4 \times \pi \times 10^2} = 159,1 \leq 80 \text{ N/mm}^2$$

اذن المقاومة غير متحققة

2- التحقق من مقاومة الصفيحة

$$\tau \leq [\tau] \text{ où } \tau = \frac{N}{S} \text{ où } S = 30 \times 20 - 2 \times 10 \times 20$$

$$\Rightarrow S = 200 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{50 \times 10^3}{200} = 250 \text{ N/mm}^2$$

$$[\tau] = \frac{\tau_{ec}}{\eta} = \frac{250}{1,7} = 147 \text{ N/mm}^2$$

اذن $250 \geq 147 \text{ N/mm}^2$ شريطة المقاومة الصفيحة غير متحققة